

Pay Piyasalarında Getiri Volatilitesinin Modellenmesi: BİST -100 İçin Klasik ve Bayesci GARCH Yaklaşımları

Muhammet Burak Kılıç^a

İsmail Çelik^b

Murat Kaya^c

Öz: Yatırım araçlarından beklenen getirinin elde edilmesi kadar yatırım risklerinde tahminin doğruluğu da yatırımcı karakteristikleri açısından önem taşımaktadır. Finansın en temel ikilemelerinden biri olan risk ve getiri konusunun risk ayağına yoğunlaşan çalışmalarda model artıklarının sahip olduğu kalın kuyruk özelliği endeks getirileri için uygun risk tahmin modelinin elde edilmesini zorlaştırmaktadır. Şubat 2007-Şubat 2017 aralığındaki günlük Borsa İstanbul (BİST-100) endeks verilerinin kullanıldığı bu çalışmada Student-t artıklarıyla klasik ve Bayesci GARCH (1,1) modellerinin, pay senedi getiri volatilitesi üzerindeki etkilerinin karşılaştırılması amaçlanmaktadır. Araştırma sonucunda pay senedi getiri volatiliteleri için tahmin edilen klasik ve Bayesci GARCH(1,1) – Student-t model sonuçları arasında hem şokların volatiliteler üzerindeki etkisi hem de volatiliteler kalıcılığı açısından çok önemli bir farklılık bulunamamıştır. Bu durum her iki tahmin modelinin birbirinden ayırt edilmediği şeklinde yorumlanabilir. Sonuç olarak klasik ve Bayesci GARCH(1,1) Student-t tahmin modelleri, pay senedi getiri volatilitelerinin modellenmesinde, yatırımcılara ve piyasa düzenleyicilerine yatırım riskinin tahmini açısından güvenilir sonuçlar sunmaktadır.

Anahtar Sözcükler: BİST-100, Pay Senedi Getirileri, Volatiliteler, Student-t Dağılımı, Bayesci Yaklaşımlar

JEL Sınıflandırması: C46, C58 G11, G12

Modeling of Volatility in the Stock Markets Returns: Classic and Bayesian GARCH Approaches for ISE -100

Abstract: The accuracy of estimate in the investment risk is important for the potential investors as well as the expected return from the investment characteristics. One of the most fundamental issues on risk and return is to have the heavy tailed behavior of the residuals that makes it difficult to obtain an appropriate risk prediction model for index returns in financial studies. In this study, Istanbul stock exchange (ISE-100) daily index data between February 2007 and February 2017 is analyzed with the classic and Bayesian GARCH (1,1) models and it is aimed to compare the effects of them on return volatility with Student-t residuals. As a result of this study, no significant differences are found between the classical and Bayesian GARCH (1,1)-Student-t models both effects of shock on volatility and volatility persistence for stock return. This can be interpreted as both models not well differentiated from each other. In conclusion, classical and Bayesian GARCH (1,1)-Student-t estimation methods provide reliable results both in modeling volatility of returns and in estimating investment risk for investors and market regulators.

Keywords: ISE-100, Stock Returns; Volatility, Student-t Distribution, Bayesian Approaches

JEL Classification: C46, C58 G11, G12

^aAsst. Prof., PhD., Mehmet Akif Ersoy University, Faculty of Economics and Administrative Sciences, Department of Business Administration, Burdur, Türkiye, mburak@mehmetakif.edu.tr

^bAsst. Prof., PhD., Mehmet Akif Ersoy University, Faculty of Economics and Administrative Sciences, Department of Banking and Finance, Burdur, Türkiye, ismailcelik@mehmetakif.edu.tr

^cAsst. Prof., PhD., Mehmet Akif Ersoy University, Faculty of Economics and Administrative Sciences, Department of Banking and Finance, Burdur, Türkiye, mkaya@mehmetakif.edu.tr

1. Giriş

Modern portföy teorileri açısından yatırımcılar için beklenen getirinin elde edilmesinde ortaya çıkacak risklerin daha isabetli bir şekilde tahmin edilmesi, geleceğe ilişkin risklerin yönetimi açısından oldukça önem kazanmaktadır. Finansın en temel portföy teorileri arasında sayılan Sharpe-Linter Finansal Varlıkları Fiyatlama Modeli gibi ortalama-varyans portföy teorilerinin deneysel testlerinde varlık getirilerinin varyans ve kovaryansı risk ölçümünde kullanılmaktadır (Bollerslev, 1987:542). Pay piyasaları arasındaki entegrasyon seviyesinin özellikle finansal liberalleşme sonrası artan boyutlara ulaşması piyasalarda meydana gelen bilgi şoklarının etkisini artırmakta olup pay senedi getirilerinin dağılımsal özelliklerini etkilemektedir. Dağılımsal özellikler, Black-Scholes opsiyon fiyatlama modeli ve Etkin Piyasalar Hipotezinin test edilmesi gibi modellerde önemli rol oynamaktadır (Bollerslev, 1987:542).

Pay senedi getiri volatilitesi, pay senedi fiyatlarındaki değişkenliği ifade eder. Yatırımcılar, analistler, aracı kurumlar ve politika yapımcıların getiri volatilitésini önemsemelerinin nedeni, bir risk göstergesi olmasının yanında, aynı zamanda piyasanın tamamından veya firmalardan kaynaklanan önemli bilgilere eşlik etmeyen pay senedi fiyat dalgalanmalarından endişelenmeleridir. (Karolyi, 2001:1). Aşırı volatilitenin varlığı pay senedi getirilerinin yüksek tutarlı kazançlara/kayıplara yol açabileceğinden, piyasaya ya da pay senetlerine karşı güvensizlik algısı oluşturmaktadır.

Geleneksel zaman serisi ve ekonometrik modeller sabit varyans varsayımına göre alıştırılmasına rağmen, volatilité analizlerinde yaygın şekilde kullanılan ve Engle (1982) tarafından ortaya konan ARCH modeli koşulsuz ve koşullu varyans arasındaki farkı, zaman içerisindeki değişime izin veren geçmiş hataların bir fonksiyonu olarak açıklamaktadır (Bollerslev, 1986:307). ARCH modelinin koşullu hata dağılımı normal dağılım özelliği gösterirken, koşullu varyans geçmiş hata karelerinin doğrusal bir fonksiyonudur. Finansal piyasalarda, pay senedi dalgalanmaları, normal dağılım varsayımı yerine, riskin daha doğru belirlenmesi için student-t, genelleştirilmiş hata dağılımı, çarpık normal dağılım gibi, basık olan dağılımların kullanımlarına neden olmaktadır. Bu dağılımların kullanılmasının önemi ilk olarak Bollerslev (1987)'de GARCH(1,1)-Student-t modeliyle ortaya ıkmiş olup, normal dağılım varsayımı yerine, hata terimi için daha esnek bir parametrik dağılımın kullanılması finansal zaman serilerinde risk tahmininde daha güvenilir sonuçlar vermiştir (Hsieh, 1989; Baillie and Bollerslev, 1989, 1991; Engle, Ito ve Liu 1990; Engle and Gau, 1997; Johnston and Scott, 2000, Hoogerheide, Ardia ve Corre, 2012). Bu bağlamda çalışmanın amacı, normallik varsayımı yerine hata terimlerinin Student-t dağılımına sahip olduğu varsayımı göz önüne alınarak BİST-100 için klasik ve Bayesci GARCH(1,1) modellerini volatilité açısından karşılaştırmaktır.

Diğer taraftan; literatürdeki diğer çalışmalara bakıldığında, Bayesci yöntemlerin son yıllarda çok kullanıldığı görülmektedir. Örneęin, Iqbal (2016), 2008 yılı küresel finansal krizin öncesinde ve sonrasında, Karachi Borsası'nın Riske Maruz Deęerinin (VaR) tahmini ve öngörüsüne ilişkin çalışmasında, Bayesci yöntemi kullanarak; makul VaR oranları ve daha düşük kayıplar sağlayan Bayesci yöntemin VaR'nin tahmini için güvenle kullanılabileceği sonucuna ulaşmıştır. Ho, Lee ve Marsden (2011) ve Amiri (2010), farklı dönemlerde ABD ve Tahran pay senedi fiyatlarındaki volatilitéyi modellemeyi amaçladıkları çalışmalarında; Bayesci modeller ile yapılan tahminlerin, diğer volatilité modelleri ile yapılan tahminlere göre daha başarılı sonuçlar verdiğini tespit etmişlerdir. Hoogerheide vd. (2012), uzun dönemli olarak S&P500 ve Nikkei 225 endeks getirilerinin GARCH modelleri kullanılarak En çok olabilirlik (EO) tahmini ve Bayes tahmini arasında bir karşılaştırma yaptıkları çalışmalarında, yöntemler arasında anlamlı bir fark bulunmamıştır. Güriş ve Saçıldı (2011), 04.01.1995-18.06.2010 arası verileri kullanarak İMKB'de işlem gören pay senedi getirileri için, normal artıklar ile klasik GARCH (1,1) ve Bayesci GARCH(1,1)-student-t modellerini karşılaştırmışlardır. Student-t artıklarına sahip Bayesci GARCH model tahminlerinin İMKB-100 getiri endeksi için daha iyi yakınsama sağladığını tespit etmişlerdir.

Türkiye finans piyasası açısından BİST-100 ile ilgili yapılan çalışmalara bakıldığında ise volatilité kalıcılığının tahmini için bir çok model önerilmiştir. Bu çalışmalardan bazıları; Yıldız (2016), Borsa İstanbul (BİST)'a kayıtlı seçilmiş alt sektörler arasında yer alan hizmet, mali ve sınai endeks getiri serilerine ait 05 Ocak 2000 - 09 Aralık 2015 tarih aralığındaki volatiliteleri tahmin ettiği çalışmasında, mali ve sınai endekslere ait volatilité tahminlerinde en uygun modelin TGARCH (1,1), hizmet endeksine ait volatilité tahmininde ise en

uygun modelin ise CGARCH (1,1) olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Göktaş ve Hepsağ (2016), BIST-100 endeksinin volatil davranışlarını simetrik ve asimetrik stokastik volatilité modelleri ile analiz ettikleri çalışmalarında, 02.01.2009-16.05.2014 arası günlük verileri kullanmışlar ve gerek klasik stokastik volatilité modeline ait tahmin sonuçlarına, gerekse dinamik kaldıraç etkili stokastik volatilité modeli sonuçlarına göre; BIST-100 endeksinin yoğun şekilde bir volatilité kalıcılığına sahip olduğu ve BİST'te, volatilité kümelenmelerinin olduğu, volatilité değişkenliğinin düşük seviyede ve volatilitenin öngörülebilir bir piyasa olduğu sonucuna ulaşmışlardır. Kayahan, Kandemir, Baykut ve Memiş (2015), 30.06.2008- 30.06.2009 arası verileri kullanarak İMKB 30 endeksi ve USD/TRL kurundaki volatilitéyi tahmin ettikleri çalışmalarında; GARCH (1,1) modeli ile diğer GARCH modelleri ve EWMA modeli arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark bulunmadığı sonucuna ulaşmakla birlikte, tarihsel volatilité ve GARCH (1,1) modeline dayalı modeller arasında önemli farklılıklar bulunmuştur. Eryılmaz (2015), 1997 birinci çeyrek ve 2015 üçüncü çeyrek arası BİST 100 için pay senedi getiri volatilitésini incelemek amacıyla, ARCH, GARCH, EGARCH ve TARARCH modellerini kullandığı çalışmada; volatilité tahmini için en uygun modelin EGARCH (1,1) olduğunu tespit etmiştir. Ayrıca çalışmada; kaldıraç etkisinin BİST-100 için önemli olduğu, piyasaları olumsuz etkileyen haberlerde oynaklığın arttığı ve oynaklığın süreklilik taşıdığı sonuçlarına ulaşılmıştır. Altuntaş ve Çolak (2015), farklı dönemlerde BİST 100 endeksindeki volatilitéyi araştırdıkları çalışmalarında; kriz dönemlerini içeren 03.01.1994 – 28.12.2001 tarihleri arası için simetrik koşullu değişen varyans modellerinin, kriz dönemi sonrasında ifade eden 02.01.2002-31.12.2009 tarihleri arası için ise, hem simetrik hem de asimetrik koşullu varyans modellerinin uygun olduğu sonucuna ulaşmışlardır. Karabacak, Meçik ve Genç (2014), BİST 100 endeks getirisi ve altın getirisi volatilitésinin modellenmesi için en uygun koşullu değişen varyans modellerini belirlemeyi amaçladıkları çalışmalarında, BİST 100 endeks getirisi için 3 Ocak 2003- 11 Eylül 2013 tarihleri arası, altın getirisi için ise 3 Ocak 2005- 10 Eylül 2013 tarihleri arası verileri kullanmışlar ve BİST 100 endeks volatilitésini için en uygun modelin TARARCH(1,1), altın getirisi volatilitésinin ölçülmesi için ise en uygun modelin GARCH(1,1) modeli olduğu sonucuna ulaşmışlardır. Gökbulut ve Pekkaya (2014), Türkiye finansal piyasalarındaki BİST100, faiz ve döviz kuru getiri volatilitésini için, 2002-2014 yılları arası yaptıkları çalışmalarında; CGARCH ve TGARCH modellerinin en uygun modeller olduğunu ve tüm getiri serilerinde, asimetri, volatilité kümelenmesi, kalın kuyruk ve uzun hafızanın varlığını tespit etmişlerdir. Atakan (2009), ARCH ve GARCH metotları kullanarak İstanbul Menkul Kıymetler Borsası'nda volatilitéyi modellediği çalışmada, araştırılan tüm model tahmin sonuçları içerisinde Akaike Bilgi Kriteri değerlendirme sonucuna göre, GARCH(1,1) modelinin İMKB- 100 Endeksi günlük getiri serisindeki değişkenliği modellemede kullanılabilecek en uygun model olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Bu çalışmada ise, finansal piyasalarda getiri volatilitésinin modellenmesinde çoğunlukla normal dağılmayan artıklardan dolayı artıkların student-t dağılımına sahip olduğu GARCH(1,1) student-t model parametreleri EO ve Bayesci yöntemle tahmin edilerek karşılaştırılmıştır. Çalışmanın ikinci bölümünde araştırmada kullanılan yöntemler, üçüncü bölümünde ise elde edilen bulgular sunulmuştur. Çalışmadan elde edilen sonuçların yorumlanmasına sonuç kısmında yer verilmiştir.

2. GARCH Modellerinin Klasik Ve Bayesci Tahminleri

2.1. GARCH Modellerinin Klasik Tahmini

Bollerslev (1986) tarafından ortaya konulan GARCH(p,q)-Normal formülasyonu (1) numaralı denklem ile ifade edilmiştir.

$$\begin{aligned} \varepsilon_t | \phi_{t-1} &\sim N(0, h_t), \\ h_t &= \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^p \beta_i h_{t-i} \end{aligned} \quad (1)$$

Burada $p \geq 0$, $q > 0$, $\alpha_0 > 0$, $\alpha_i \geq 0$, $i = 1, \dots, q$, $\beta_i \geq 0$, $i = 1, \dots, p$. ve ϕ_{t-1} piyasadaki t anından önceki enformasyonu gösterir. Denklemde α_0 katsayısı sabit terimini, α_i şokların volatilité üzerindeki etkisini, $\alpha_i + \beta_i$ ise şokların volatilité üzerindeki etkisinin hangi hızda azalacağını ifade etmektedir. Bu toplam

1'e yaklaştııa kalıcılık (ısrarcılık) artacaktır. Durağanlık koşulu için de toplam 1'den küçük olmalıdır. GARCH(p,q) modellerinden en çok kullanılan GARCH(1,1)-Normal modeli ise (2) numaralı denklem ile ifade edilir.

$$\begin{aligned} \varepsilon_t | \phi_{t-1} &\square N(0, h_t), \\ h_t &= \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1} \end{aligned} \quad (2)$$

$\alpha_0 > 0, \alpha_1 \geq 0$ ve $\beta_1 \geq 0$ ile ifade edilir. Özellikle normal artklar varsayımı altında, çoğu finansal varlığın getirisinin koşulsuz dağılımının, modelin varsaydığı normal dağılıma nazaran daha kalın kuyruk yapısına sahip olması nedeniyle uygulamaların reddedilmesine sebep olmaktadır. Aşırı basıklık çoğu zaman student-t dağılımına uyum göstermektedir. Student-t dağılımı, finansal zaman serilerindeki aşırı basıklık özelliğini normal dağılımdan daha iyi yansıtmaktadır. Bollerslev (1987) tarafından ortaya konan student-t dağılıma sahip GARCH(1,1)- student-t modeli (3) numaralı denklem ile formüle edilmiştir.

$$\begin{aligned} y_t &= E(y_t | \phi_{t-1}) + \varepsilon_t = y_{t|t-1} + \varepsilon_t \\ \varepsilon_t | \phi_{t-1} &\square f_v(\varepsilon_t | \phi_{t-1}) \end{aligned} \quad (3)$$

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 y_{t-1}^2 + \beta h_{t-1}$$

f_v hata terimlerinin Student-t dağıldığını ifade eder.

GARCH(1,1)- normal ve GARCH(1,1)- student-t modellerinin parametre tahminleri için genel olarak EO yaklaşımı tercih edilir. Parametre tahmininde EO'nin kullanılmasının sebebi, altında yatan sezgisel prensip ve uygulama kolaylığı olmasına rağmen, EO tahmini yönteminde, eşitsizlik kısıtlamalarını içeren sayısal optimizasyonlar nedeniyle uygulamada bazı zorluklar ortaya çıkardığı bilinmektedir (Hoogerheide vd., 2012; 322). Bu nedenle, parametre tahminlerindeki çeşitli optimizasyon zorlukları farklı tahmin yöntemlerinin düşünülmesine ve geliştirilmesine neden olmuştur. Çalışmanın bir sonraki kısmında Bayesci GARCH(1,1)- student-t modeline yer verilecektir.

2.2. Bayesci GARCH (1,1) - Student-t Modeli

Bayesci paradigma veri ile önsel bilgileri teorik bir ereve ile birleştirmesinden dolayı, model parametre tahminleri açısından daha güvenilir bir yaklaşım sunar. Böylelikle, geçmişteki bir parametre hakkında elde edilen önsel bilgileri, gelecekteki analizler için, bir önsel dağılım olarak kullanılmasına olanak sağlar. Önsel dağılımlar, objektif, belirsiz veya sübjektif olabilirler ve model çıkarsamaları, Bayes teoreminden elde edilir. Son yıllarda, finansal piyasalarda, Bayesci tahminler, EO yöntemi ile elde edilen tahminlerle karşılaştırıldığında daha güvenilir sonuçlar sunmuştur (Iqbal, 2016; 453). Finansal piyasa açısından, Bayesci tahminlerin kk örneklerle yapılan analizlerinde EO tahmininden daha başarılı sonuçlar verdiği de görülmüştür (Nakatsuma and Tsurimi, 1996;13).

GARCH (1,1) - student-t modeli, veri artırma metodu (data augmentation) (Geweke, 1993) ile aşağıdaki (4) numaralı denklem ile ifade edilebilir.

$$\begin{aligned} y_t &= \varepsilon_t \left(\frac{v-2}{v} \omega_t h_t \right)^{\frac{1}{2}} \quad t = 1, 2, \dots, T \\ \varepsilon_t &\sim iid N(0, 1) \\ \omega_t &\sim iid IG\left(\frac{v}{2}, \frac{v}{2}\right) \\ h_t &= \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta h_{t-1} \end{aligned} \quad (4)$$

$\alpha_0 > 0, \alpha_1 \geq 0, \beta_1 \geq 0$ ve $N(0,1)$ standart normal dağılımı, $IG(\frac{v}{2}, \frac{v}{2})$ ise ters Gamma dağılımını ifade eder. Burada student-t dağılımının serbestlik derecesi v parametresi koşullu varyansın sınırlı ve GARCH model parametrelerinin, α_0, α_1 ve β pozitif tanımlı olma kısıtlarını garanti etmiş olur. EO fonksiyonu yazmak için, $y = (y_1, y_2, \dots, y_T)'$, $\omega = (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_T)'$, ve $\alpha = (\alpha_0, \alpha_1)'$ vektörleri tanımlanır ve model parametre vektörü $\psi = (\alpha, \beta, v)$ olarak tanımlanır. Bu durumda $T \times T$ köşegen matrisi:

$\Sigma = \Sigma(\psi, \omega) = \text{diag}(\{\omega_t v - 2/v h_t(\alpha, \beta)\}_{t=1}^T)$ ile ifade edilir. EO fonksiyonu ise (5) numaralı denklem ile ifade edilir.

$$L(\psi, \omega|y) = \det(\Sigma)^{\frac{1}{2}} \exp(-\frac{1}{2} y' \Sigma^{-1} y) \quad (5)$$

Bayesci yaklaşım, model parametrelerini karakterize eden bir $p(\psi, \omega)$ önsel dağılımını düşünür. Bu önsel dağılımlar araştırmacının bilgisine bağlı olarak daha az veya daha çok bilgi içerebilir. Burada önsel dağılımlar ile EO fonksiyonu kullanılarak model parametrelerinin sonsal dağılımını $p(\psi, \omega|y)$ elde etmek için Bayes teoremi:

$$p(\psi, \omega|y) = \frac{L(\psi, \omega|y) p(\psi, \omega)}{\int L(\psi, \omega|y) p(\psi, \omega) d\psi d\omega}$$

uygulanır. GARCH(1,1) - student-t modelinin parametreleri α, β için önsel dağılımlar;

$$p(\alpha) \propto \varphi_{N_2}(\mu_\alpha, \Sigma_\alpha) I\{\alpha \in R_+^2\}$$

$$p(\beta) \propto \varphi_{N_1}(\mu_\beta, \Sigma_\beta) I\{\beta \in R_+\}$$

Burada $\mu_{(\cdot)}, \Sigma_{(\cdot)}$ önsel dağılımların hiperparametresi (hyperparameter)dir. $I(\cdot)$ gösterge fonksiyonudur. φ_{N_d} ise d boyutlu normal dağılım olarak tanımlanır. Bağımsız özdeş dağılımlı ω parametre vektörünün koşullu $v'e$ göre önsel dağılımı (6) numaralı denklem ile ifade edilebilir.

$$p(\omega|v) = \left(\frac{v}{2}\right)^{\frac{Tv}{2}} \left[\Gamma\left(\frac{v}{2}\right)\right]^{-T} \left(\prod_{t=1}^T \omega_t\right)^{-\frac{v}{2}-1} \times \exp\left[-\frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \frac{v}{\omega_t}\right]. \quad (6)$$

Student-t dağılımının serbestlik derecesi olan v 'nin önsel dağılımının seçimi için Deschamps (2006) tarafından önerilen üstel dağılım $\lambda > 0$ ve $\delta \geq 2$, (7) numaralı denklemdeki gibi kullanılır.

$$p(v) = \lambda \exp[-\lambda(v - \delta)] I\{v > \delta\} \quad (7)$$

Bu seçimin önemli bir avantajı λ 'nın çok büyük değerleri için δ 'da çok büyük seçildiği durumlarda, artıkların normal dağıldığı varsayılır. Diğer durumlarda λ 'nın küçük δ 'da küçük seçildiğinde artıkların student-t dağıldığı kabul edilir. Son olarak birleşik önsel dağılımlar parametreler arasında bağımsızlık koşulu altında

$$p(\psi, \omega) = p(\alpha) p(\beta) p(\omega|v) p(v) \quad (8)$$

(8) numaralı denklemdeki şekilde yazılır. GARCH(1,1) modelinin varyans denklemi için birleşik sonsal dağılımların ve tam koşullu dağılımların kapalı formları mevcut olmadığından, sonsal dağılıma $p(\psi, \omega|y)$ yaklaşmak için Markov Zinciri Monte Carlo (MCMC) benzetim yöntemlerine ihtiyaç vardır. İlk olarak MCMC örnekleme Metropolis, Rosenbluth, Rosenbluth, Teller ve Teller (1953)'de ortaya konmuş olup, Hastings (1970) tarafından da genelleştirilmiştir. Örnekleme yöntemi, parametre uzayında gerçekleşen $(\psi^{[0]}, \omega^{[0]})$, $(\psi^{[1]}, \omega^{[1]})$, ..., $(\psi^{[j]}, \omega^{[j]})$, ..., bir Markov zincirinin inşasına dayanır. Düzenli koşul (regularity conditions) altında j sonsuza gittiğinde asimptotik sonuçlar $(\psi^{[j]}, \omega^{[j]})$ nin $p(\psi, \omega|y)$ sonsal dağılıma ait örneklemeler olduğunu garanti eder. Dolayısıyla yakma periyodundan sonraki zincirin gerçekleşen değerleri üzerinden birleşik sonsal hakkında çıkarsamalar yapılır (Ardia and Hoogerheide 2010;42). Çalışmada

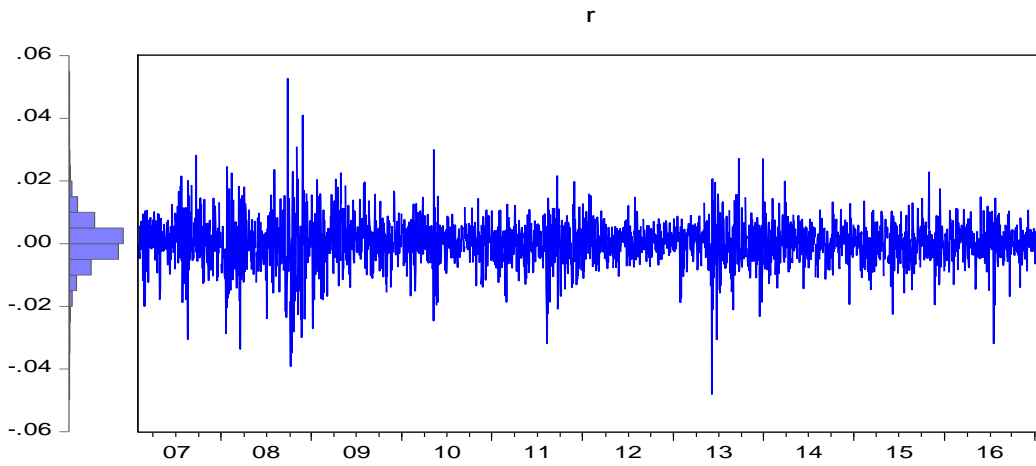
kullanılan MCMC metodu Ardia (2008)'deki metotlara dayalı olarak R programı içindeki bayesGARCH (Ardia and Hoogerheide 2010) modülünde yer alan Metropolis Hastings algoritmaları ile çalıştırılmıştır.

3. Bulgular

BİST-100 endeksinde işlem gören pay senetlerinin getirilerinde GARCH(1,1) -student-t modelinin klasik ve Bayesci yöntemlerle parametreleri tahmin edilerek getiri serilerinin volatilitésinin tahmini yapılmıştır. Bu çalışmada 02/02/2007-02/02/2017 tarih aralığındaki 10 yıllık günlük veriler kullanılmıştır. Veriler investing.com web sitesinden derlenmiştir. BİST-100 endeksinden logaritmik getirileri hesaplanmış ve $\ln(p_t/p_{t-1})$ formülünden faydalanılmıştır. Formülde yer alan p_t , t dönemindeki kapanış fiyatlarını p_{t-1} ise (t-1) günündeki kapanış fiyatlarını temsil etmektedir.

Getiri serisine ilişkin zaman serisi grafiği incelendiğinde, BİST-100 getiri serisinin 2008 senesinde oynaklığının yükseldiği, benzer Şekilde 2013 senesinde de volatilitenin yüksek olduğu görülmektedir.

Şekil 1: BİST 100 Getiri Endeksinin Zaman Serisi Grafiği



BİST-100 getiri serisine ilişkin betimleyici istatistikler incelendiğinde, arpıklık ve basıklık katsayıları serinin sola çarpık ve basık karakter sergilediği, JB istatistiğine bakıldığında ise serinin normal dağılım sergilemediği anlaşılmaktadır. Bu sebeple GARCH(1,1)-normal model sonuçları, veri seti normal dağılım sergilemediğinden sonuçların metin içerisinde verilmesine ihtiyaç duyulmamıştır.

Tablo 1. BİST 100 Getiri Endeksi Tanımlayıcı İstatistikler

	Ort	Med	Max	Min	SS		B	JB	Olas.	N
rBİST	,00012	,00032	,05267	-,04805	,00739	-,24809	7,07073	1765,8	,0000	2520

*Tabloda yer alan kısaltmalar; Ort: ortalama, Med: medyan, Max: maksimum, Min: minimum, SS: standart sapma, : Çarpıklık, B: basıklık, JB: Jarque-Bera test istatistiği, Olas: JB test istatistiği olasılığı, N ise gözlem sayısını ifade etmektedir.

Tablo 2. BİST-100 Getiri Serisi Birim Kök Test Sonuçları

	ADF	PP	KPSS	ZA (Yapısal Kırılma Tarihi)
Sabitli	-49,05*	-49,06*	,051*	-34,7306*(20/11/2008)
Sabitli & Trendli	-49,04*	-49,05*	,05*	-34,9443*(20/11/2008)

*, %1 anlamlılık seviyesini ifade etmektedir.

Hem Sabitli hem de Sabitli&Trendli olarak tahmin edilen birim kök testleri neticesi Augmented Dickey Fuller (ADF) ve Phillips Perron (PP) test istatistiklerinin MacKinnon kritik değerlerinden mutlak değerce daha büyük oldukları kanıtlanmıştır. Seride birim kök vardır şeklinde kurulan H_0 hipotezi bu sebeple reddedilmiştir. Temel hipotezi “serilerde birim kök yoktur” şeklinde kurulan Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin (KPSS) test sonuçları kritik değerlerle karşılaştırıldığında, H_0 hipotezi reddedilememiş yani serilerin birim kök içermediği ayrıca kanıtlanmıştır. Veri setinin inceleme döneminde 2008 finansal krizi gibi küresel gelişmeler olduğu için getiri serilerinin yapısal kırılmalı birim kök testi olan Zivot-Andrews (ZA) birim kök testi yardımıyla da durağanlığı test edilmiştir. 2007 yılı Ağustos ayında ABD merkezli olarak ortaya çıkan ve zamanla tüm dünya sermaye piyasalarını etkisi altına Küresel Finans Krizi'nin Türkiye pay piyasasında test sonucu 20 Kasım 2008'de bir yapısal kırılmaya sebep olduğu, sözkonusu yapısal kırılmaya rağmen pay getiri serilerinin durağan olduğu bulunmuştur.

Hem parametrik hem de parametrik olmayan birim kök testleri ile serilerin durağanlıkları tespit edildikten sonra, getiri serilerinde değişen varyans olup olmadığının tespit edilmesi gerekmektedir. Kendi gecikmeli değerleriyle regrese edilen seride değişen varyansın varlığı GARCH tipi volatilité modellerinin kullanılmasını gerektirecektir. Bu amaçla, AIC ve SIC değerleri dikkate alınarak en uygun ortalama denklemine ARCH-LM testi uygulanmış ve modelden elde edilen model artıklarında değişen varyans sorunu ile karşılaşıldığı ve seriler normal dağılım sergilemediği için student-t dağılım için model parametreleri EO ve Bayesci yöntemlerle tahmin edilmiştir. Uygun bir GARCH modelinin ortalama ve varyans denklemindeki tüm parametrelerin istatistiki olarak anlamlı olması yanında $\alpha_1 + \beta < 1$ şartını sağlaması gerekmektedir.

3.1. Klasik GARCH(1,1)- Student-t Modeli Sonuçları

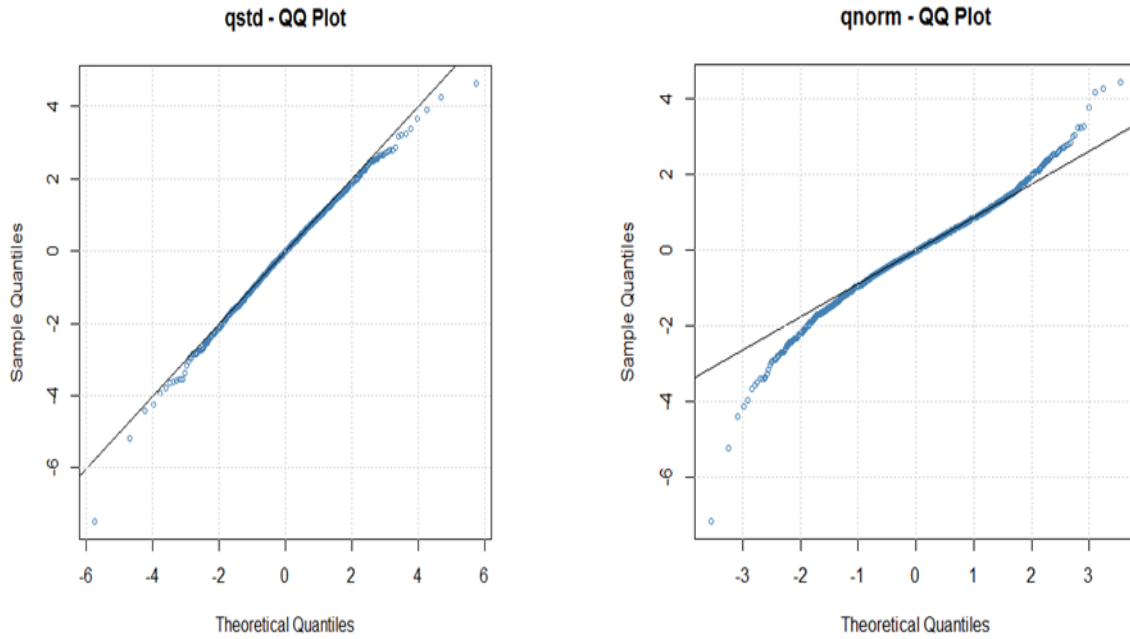
Student-t dağılımına göre tahmini yapılan GARCH(1,1) model sonuçları aşağıda sunulmuştur.

Tablo 3. BİST-100 Getiri Serisi için Student-t Dağılımlı GARCH (1,1) Model Sonuçları

	Ortalama Denklemi	Varyans Denklemi				Tanı Testleri		
BİST	r_0	α_0	α_1	β	v	Q(10)	Q ² (10)	LM ARCH test TR ²
	,000417 (,000118)*	,000001146 (,000000467)*	,06974 (,01541)*	,9094 (,02169)*	6,093 (,7094)*	12,24	10,36	12,22

*Tabloda yer alan Q ve Q² (10) gecikmede otokorelasyon Ki-Kare test istatistiklerini, LM ARCH test TR² değişen varyans ve GARCH etkisi, Ki-Kare test olasılıklarını, parantez içindeki değerler ise standart hataları ifade etmektedir. Modelin log olabilirlik değeri 9072'dir.

Tablo 3'de sonuçları sunulan GARCH(1,1)- student-t modelinden tüm parametrelerin katsayıları pozitif olması durağanlık şartı için önemlidir. Ayrıca (α_1) ARCH terimi ile (β) GARCH teriminin toplamı ,9791 seviyesinde ve 1'den küçüktür. Student-t dağılımına göre tahmini yapılan GARCH(1,1) modeli sonuçlarına göre BİST-100 getiri serisinde şokların volatilité üzerindeki etkisi (α_1) ,06974 seviyesinde ve şokların volatilité üzerindeki etkisinin hangi hızda azalacağı ($\alpha_1 + \beta$) 0.9791 seviyesindedir. Dolayısıyla tahmin edilen (α_1) ARCH terimi ile (β) GARCH teriminin toplamı da 1'den küçüktür. Model artıklarında otokorelasyon ve değişen varyans sorununun olup olmadığı ve GARCH etkisi Q testi ve LM ARCH test TR² testi ile araştırılmıştır. Modelden elde edilen artıklarda otokorelasyon sorunu olmadığı ve artıkların sabit varyansa sahip olduğu Klasik GARCH(1,1)-student-t modeli sonuçlarına göre tespit edilmiştir.

şekil 2. Standart Artıkların QQ Grafikleri

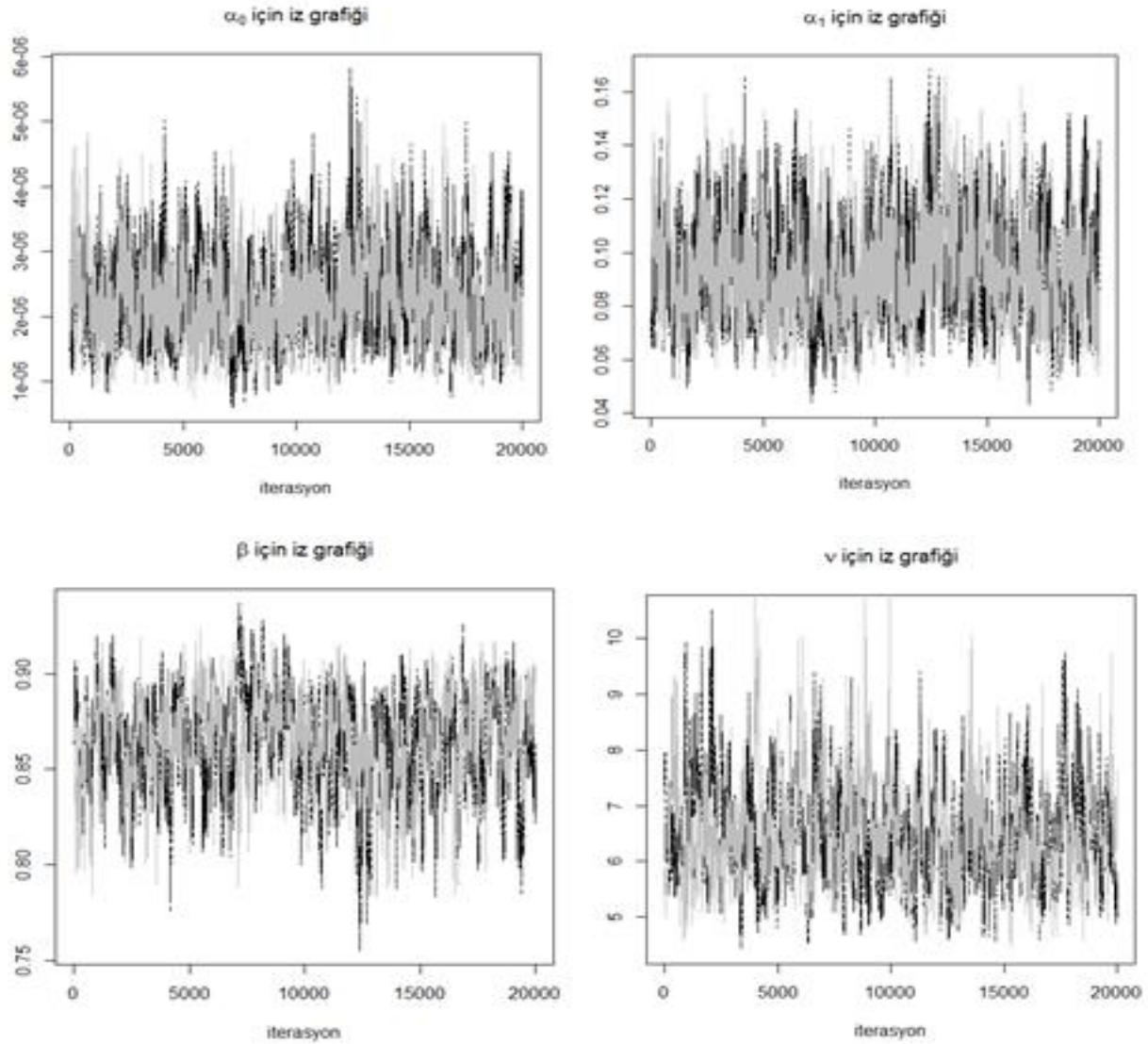
şekil 2’de student-t dağılımla tahmin edilen GARCH(1,1) model artıklarının QQ grafikleri sol panelde verilmiştir. Artıkların student-t dağılımına uyduğu gözlemlenmiştir. Grafiğin sağ panelinde ise çalışma metni içerisinde yer almamasına rağmen normal dağılımla tahmin edilen GARCH(1,1) model artıklarının QQ grafiği verilmiştir. Burada artıkların normal dağılıma uymadığı gözlenebilmektedir. Bundan dolayı da normal dağılım varsayımı altında tahmin edilen GARCH(1,1) model sonuçları metin içinde sunulmamıştır.

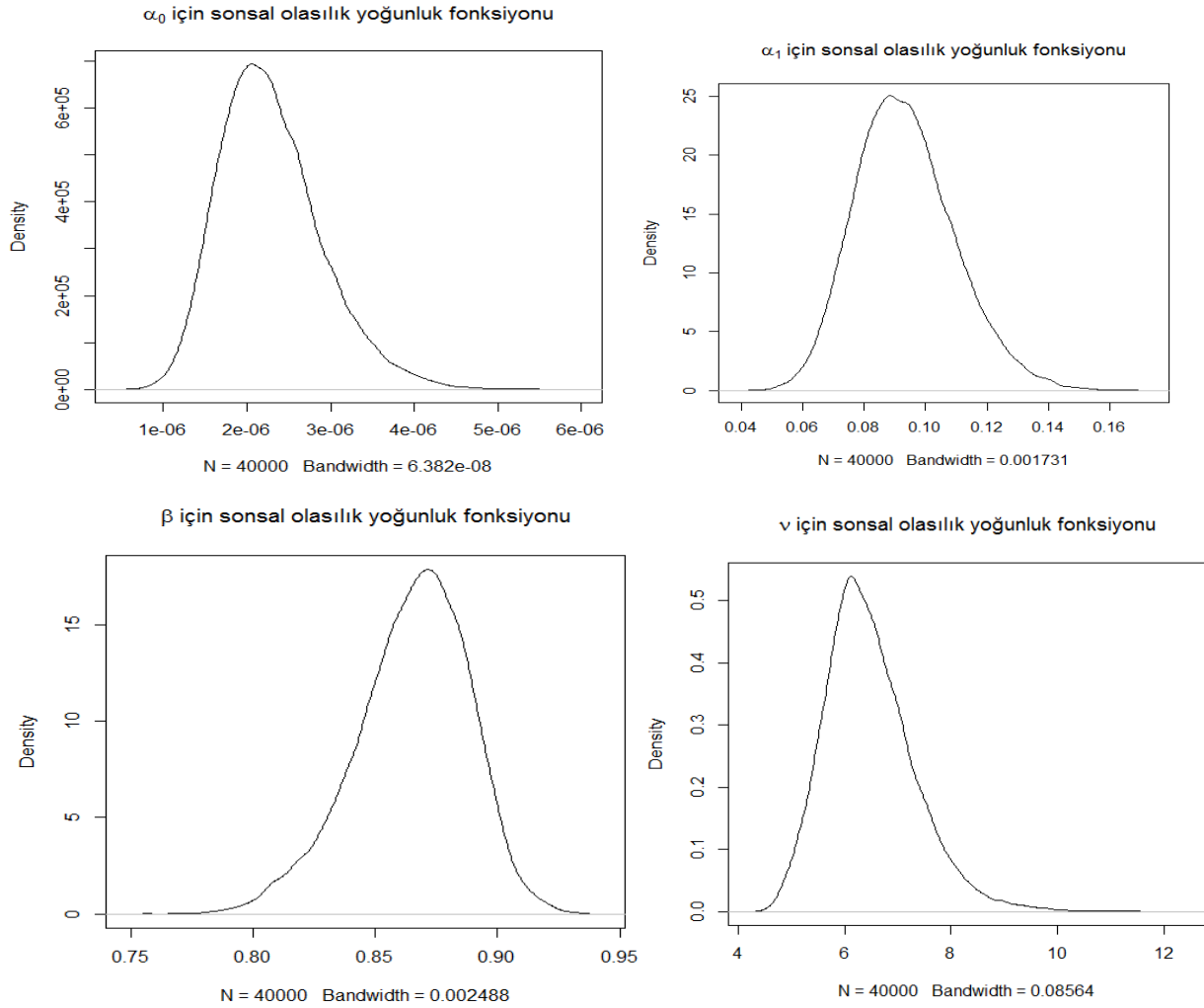
3.2. Bayesci GARCH (1,1) Student-t Sonuçları

BİST-100 endeksinde işlem gören pay senetlerinin getirileri Bayesci GARCH (1,1)-student-t modeli ile analiz edilmiştir. Artıkların Student-t dağılımına sahip olduğu GARCH(1,1) modelinin parametre tahminleri, R programında bayesGARCH modülü kullanılarak MCMC yöntemlerinden Metropolis Hastings algoritmaları ile bulunmuştur. Model varsayımlarının sağlanması için $\lambda=0.001$, $\delta=2$ alınarak, modeldeki artıkların student-t dağılması sağlanmıştır. MCMC analizinde iki farklı zincirin herbiri için 100.000 iterasyon uygulanmış, model parametrelerinin yakınsamaları 80.000’ inci iterasyondan sonra sağlandığı için ve bu değer yakma periyodu olarak alınmıştır. Yakma periyodundan sonraki her iki zincir için 20.000 iterasyonla sonsal özetler, standart sapma ve %; belirtilen olasılık düzeylerinde hesaplanan kantil değerleri Tablo 4’de sunulmuştur. Buna göre BİST-100 getiri serisinde şokların volatilité üzerindeki etkisi ,093 ve şokların volatilité üzerindeki etkisinin hangi hızda azalacağı ($\alpha_1 + \beta$) 0,963 seviyesinde bulunmuştur. Benzer şekilde $\alpha_1 + \beta < 1$ koşulu Bayesci GARCH (1,1)-student-t modeli içinde sağlanmıştır. Ayrıca her iki zincir için yakınsamanın gerçekleştiğine dair parametrelerinin iz grafikleri, yakma periyodundan sonraki iterasyonlar için şekil 2’de gösterilmiştir. Bütün grafikler incelendiğinde model parametrelerinde yakınsama sorunu olmadığı gözlenmiştir. Yakınsamanın gerçekleştiğine dair diğer bir kanıt, Brooks-Gelman-Rubin tanı testi sonuçlarının 1’e yakın çıkmasıdır. Son olarak Bayesci GARCH (1,1)-student-t model parametrelerinin sonsal olasılık yoğunluk fonksiyonları Grafik 3’de sunulmuştur. Bu sonsal olasılık yoğunluk fonksiyonları incelendiğinde α_0 parametresinin sonsal dağılımı sađa çarpık, α_1 parametresinin sonsal dağılımı simetrik, β parametresinin sonsal dağılımının sola çarpık olduğu görülmektedir.

Tablo 4. Bayesci GARCH(1,1)-Student -t Modeli İçin Sonsal Özetler

Parametre	Ortalama	Standart Sapma	%2.5	%25	%50	%75	%97.5
α_0	0,00000228	0,000000608	0,00000129	0,00000185	0,00000221	0,00000264	0,00000367
α_1	0.093	0.0161	0.065	0.082	0.092	0.103	0.128
β	0.87	0.023	0.81	0.85	0.87	0.88	0.90
ν	6.48	0.85	5.09	5.90	6.37	6.96	8.40

Şekil 3. Bayesci-GARCH(1,1)-Student-t Model Parametrelerinin İki Zincir İçin Yakınsama Grafikleri

Şekil 4. Bayesci-GARCH(1,1)-Student-t Model Parametreleri için Sonsal Olasılık Fonksiyonları

GARCH(1,1)-student-t modeli ile Klasik ve Bayesci tahmin yöntemleriyle BİST-100 verisi üzerinde incelenmiş ve benzer sonuçlar göstermiştir. Bu çalışmada α_0 parametresi için EO metodundan elde edilen standart hata değeri Bayesci metottan elde edilen standart sapma değerinden daha büyük olup, diğer parametreler için EO metodundan elde edilen standart hata değerleri Bayesci metottan elde edilen standart sapma değerinden biraz daha küçük çıkmıştır.

4. Sonuç

Finansal sermaye akımlarının serbestçe dolaşımında olmasının bir sonucu olarak pay piyasaları arasındaki entegrasyon artmıştır. Sermaye piyasalarındaki bu gelişmeler, portföy çeşitlendirmesinde piyasaya ulaşan bilgiden kaynaklanan volatilitenin etkisinin ve kalıcılığının doğru tahmin edilmesini önemli bir konu haline getirmiştir. Son dönemlerde yurtdışı piyasalar üzerine yapılan deneysel uygulamalarda pay senedi getiri volatilitésinin tahmininde Bayesci GARCH uygulamalarının kullanıldığı görülmektedir (Iqbal, 2016, Hoogerheide vd., 2012). Türkiye sermaye piyasası üzerine yapılan çalışmalarda ise Bayesci GARCH tahmin yöntemlerinin sayıca az olması bu çalışmaya ayrı bir önem katmıştır. Çalışmanın bir diğer önemi ise artıkların basık karakter özelliği göstermesinden dolayı, pay piyasalarındaki volatilitéyi normal artıklarla modellemek yerine, normal olmayan artıklarla yapılan GARCH(1,1)-student-t modelinin kullanılmasıdır. BİST-100 endeksi verisi kullanılarak yapılan analiz sonuçları değerlendirildiğinde parametre tahminleri açısından GARCH(1,1)-student-t modelinin Bayesci ve Klasik yöntemlerle arasında çok büyük farklılıklar gözlenmemiştir. Bu çalışmadan elde edilen sonuçlar, hata terimlerinin normal dağılımı varsayımı ile klasik GARCH(1,1), hata

terimlerinin student-t dağıldığı Bayesci GARCH(1,1) model sonuçlarını kıyaslayan Güriş ve Saçıldı (2011)'nin çalışmasındaki Bayesci GARCH(1,1)-student-t model sonuçlarıyla benzerlik gösterdiği görülmüştür. Ancak bu çalışmanın model parametrelerinin yakınsaması için gerekli olan iterasyon sayısının daha uzun olduğu gözlenmiştir. Araştırma sonuçları aynı zamanda model karşılaştırması açısından Hoogerheide vd. (2012)'nin farklı piyasalarda ve farklı zamanlarda yaptığı çalışma sonuçlarıyla da örtüşmektedir. Son olarak, hata terimlerinin dağılımında sadece student-t dağılımı varsayımı, çalışmanın sınırları arasındadır. Sonuç olarak BIST-100 açısından her iki tahmin yöntemi, normal olmayan artıklar için pay senedi getiri volatilitésinin modellenmesinde yatırımcılara ve piyasa düzenleyicilerine yatırım riskinin tahmini açısından güvenilir sonuçlar sunmaktadır.

Son Notlar

1. Klasik GARCH(1,1)-student t analizi Bollerslev (1987) tarafından geliştirilen GARCH modeli ile yapılmıştır.
2. Bayesci GARCH(1,1)-student t analizi Geweke(1983) tarafından geliştirilen GARCH modeli ile yapılmıştır.
3. Klasik ve Bayesci GARCH(1,1)-student-t tahminleri R programı içerisinde fGarch, bayesGARCH paketleri kullanılarak yapılmıştır.

Kaynaklar

- Altuntaş, T.S., & Çolak, D.F. (2015). BIST-100 endeksinde volatilitésinin modellenmesi ve öngörülmesinde ARCH modelleri. *İstanbul Üniversitesi İşletme Fakültesi İşletme İktisadi Enstitüsü Yönetim Dergisi*, 26(78), 208-223.
- Amiri, E. (2010). Bayesian volatility forecasting in the Tehran Stock Market. *International Conference on Financial Theory and Engineering*, <http://ieeexplore.ieee.org/document/5499420/>.
- Ardia, D. (2008). *Financial risk management with Bayesian estimation of GARCH models: Theory and applications. Volume 612 of Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems . Springer-Verlag, Berlin, Germany, June 2008. ISBN 978-3-540-786566. URL http://www.springer.com/economics/econometrics/book/978-3-540-78656-6.*
- Ardia, D., & Hoogerheide, L. F. (2010). Bayesian estimation of the GARCH(1,1) model with student-t innovations. *The R Journal* 2, 41–47. <http://journal.rproject.org/>.
- Atakan, T. (2009). İstanbul Menkul Kıymetler Borsasında değişkenliğin (volatilitésinin) Arch-Garch yöntemleri ile modellenmesi. *İstanbul Üniversitesi İşletme Fakültesi İşletme İktisadi Enstitüsü Yönetim Dergisi*, 62, 48-61
- Baillie, R.T., & Bollerslev, T. (1989). The message in daily exchange rates: A conditional-variance tale. *Journal of Business and Economic Statistics*, 7(3), 297–305.
- Baillie, R.T., & Bollerslev, T. (1991). Intra-day and inter-market volatility in foreign exchange rates. *The Review of Economic Studies*, 58(3), 565–585.
- Bollerslev, T. (1986). Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. *Journal of Econometrics*, 31, 307-327.
- Bollerslev, T. (1987). A Conditionally Heteroskedastic Time Series Model for Speculative Prices and Rates of Return. *Review of Economics and Statistics*, 69, 542-547.
- Deschamps, P. J. (2006). A flexible prior distribution for Markov switching otoregressions with student-t errors. *Journal of Econometrics* , 133(1), 153–190.
- Engle, R.F., & Gau, Y-F. (1997). Conditional volatility of exchange rates under a target zone. *University of California, San Diego, Department of Economics Discussion Paper Series 06.*
- Engle, R.F., Ito, T., & Lin, W-L. (1990). Meteor showers or heat waves? Heteroskedastic intra-daily volatility in the foreign exchange market. *Econometrica*, 58(3), 525–542.
- Eryılmaz, F. (2015). Modelling stock market volatility: The case of BIST-100. *Annals of the Constantin Brâncuși University of Târgu Jiu, Economy Series, Issue 5/2015, 37- 47.*
- Geweke, J. F. (1993). Bayesian treatment of the independent student-t linear model. *Journal of Applied Econometrics*, 8(1), 19–40.

- Gökbulut, R.İ., & Pekkaya, M. (2014). *Estimating and forecasting volatility of financial markets using asymmetric GARCH models: An application on Turkish Financial Markets. International Journal of Economics and Finance*, 6(4), 23-35.
- Göktaş, Ö., & Hepsağ, A. (2016). *BIST-100 endeksinin volatil davranışlarının simetrik ve asimetrik stokastik volatilité modelleri ile analizi. Gazi Üniversitesi Ekonomik Yaklaşım Dergisi*, 27(99), 1-15
- Gürüş, S., & Saçıldı, S. İ. (2011). *İstanbul Menkul Kıymetler Borsası'nda pay getiri volatilitésinin klasik ve Bayesci GARCH modelleri ile analizi. Trakya Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 13(2), 153-172.
- Hastings, W. K. (1970). *Monte Carlo sampling methods using Markov chains and their applications. Biometrika*, 57, 97-109.
- Ho, W.S., Lee, A., & Marsden, A. (2011). *Use of Bayesian estimates to determine the volatility parameter input in the Black-Scholes and binomial option pricing models. Journal of Risk and Financial Management*, 3, 74-96.
- Hoogerheide, L. F., Ardia, D., & Corre, N. (2012). *Density prediction of stock index return using GARCH models: Frequentist or Bayesian estimation?. Economic Letters*, 116, 322-325.
- Hsieh DA. 1989a. *Modeling heteroscedasticity in daily foreign-exchange rates. Journal of Business and Economic Statistics* 7(3): 307-317.
- Hsieh DA. 1989. *Modeling Heteroscedasticity in Daily Foreign-Exchange Rates. Journal of Business and Economic Statistics* ,7(3), 307-317.
- Iqbal F., (2016). *Risk forecasting of Karachi Stock Exchange: A comparison of classical and Bayesian GARCH models. Pakistan Journal of Statistics and Operation Research*, 7(3), 453-465.
- Johnston, K., & Scott, E. (2000). *GARCH models and the stochastic process underlying exchange rate price changes. Journal of Financial and Strategic Decisions*, 13(2), 13-24.
- Karabacak, M., Meik, O., & Genç, E. (2014). *Koşullu değişen varyans modelleri ile BİST 100 endeks getirisi ve altın getiri serisi voltilitésinin tahmini. Uluslararası Alanya İşletme Fakóltesi Dergisi*, 6(1), 79-90.
- Karolyi, G. A. (2001). *Why stock return volatility really matters. Paper Prepared for Inaugural Issue of Strategic Strategic Investor Relations, Institutional Investor Journals Series, February.*
- Kayahan, C., Kandemir, T., Baykut, E., & Memiş, C. (2015). *An assessment of volatility & models: A case study for Borsa İstanbul (BIST). Archives of Business Research*, 3(2), 73-87.
- Nakatsuma, T., & Tsurumi, H. (1996). *ARMA-GARCH models: Bayes estimation versus MLE, and Bayes non-stationarity test. Working Paper No. 9619. Department of Economics, Rutgers University, New Jersey.*
- Metropolis, N., Rosenbluth, A. W., Rosenbluth, M. N., Teller, A. H., & Teller, E. (1953). *Equations of state calculations by fast computing machines. J. Chem. Phys.* 21, 1087-92.
- Yıldız, B. (2016). *Oynaklık tahmininde simetrik ve asimetrik GARCH modellerinin kullanılması: Seçilmiş BİST alt sektör endeksleri üzerine bir uygulama. Muhasebe ve Finansman Dergisi*, 72, 83-105.